

Les constructions dynamiques dans ScienceWord et Class

Dr Emile C. B. COMLAN

Directeur de Beijing Elearning Technology

Emails: 2144669753@qq.com; ecomlan@yahoo.com;
ecomlan@scienceoffice.com

Sites Web: www.scienceoffice.com ; www.novoatest.com

Les constructions géométriques et les animations

1) Introduction

ScienceWord et Class facilitent la réalisation des constructions géométriques dynamiques grâce aux outils pratiques dont ils disposent. Ces deux logiciels offrent un environnement où les étudiants peuvent à travers des activités diverses, appliquer directement les connaissances qu'ils ont acquises à l'école..

En classe

Les enseignants peuvent utiliser l'animation en géométrie analytique pour donner de façon tangible aux étudiants une impression visuelle des concepts de base en mathématique, en physique et dans bien d'autres domaines.

L'animation inclut diverses méthodes de construction enseignées en classe, l'étude des propriétés et théorèmes de géométrie, la recherche de solutions aux problèmes, l'exploration de nouveaux concepts.

Dans les affaires, en ingénierie et en recherche








L'animation peut aider à faire de la publicité dans les affaires ou pour mettre en évidence un projet ou des modèles de construction avec des paramètres variables ou pour une approche de solution dans la recherche scientifique.



2) Eléments des constructions dynamiques

a) Les données variables

i) Les Mesures


Nous décrivons dans le tableau ci-dessous les outils de mesures.

Mesures	
icônes	Tâches correspondantes
 Longueur	Affiche la longueur d'un segment
 Distance	Affiche la distance de deux points ou la distance d'un point à une droite
 abscisse	Sert à définir et à afficher l'abscisse d'un point sur un axe
 Périmètre	Affiche le périmètre d'un polygone, d'un cercle, d'une ellipse
 Longueur d'arc	Affiche la longueur d'un arc passant par trois points ou d'un arc défini par deux points d'un cercle .
 Mesure d'arc	Affiche la mesure angulaire d'un arc de cercle ou l'angle polaire d'un point du cercle.
 Rayon	Affiche le rayon d'un cercle

 Angle	Affiche l'angle de demi-droites d'origine commune ou d'un secteur déterminé par trois points..
 Aire	Affiche l'aire d'un polygone, d'un domaine, d'un cercle ou d'une ellipse

ii) La variable indépendante


La variable indépendante est juste une variable numérique qui varie dans un domaine défini et à une certaine fréquence. Elle peut définir n'importe quelle mesure, comme par exemple une longueur, une aire, la force, le poids, etc. Dans l'exemple pratique de la formule de la résistance $R = \rho L$, la variable indépendante peut être l'un quelconque des paramètres R , ρ ou L .

L'utilitaire de la variable indépendante  s'affiche dans la barre de dessin dès qu'un objet du plan est sélectionné.

L'illustration suivante montre les différentes options d'affichage de la variable indépendante et la boîte de dialogue des paramètres de l'animation.

La variable indépendante s'affiche par défaut comme suit:

Variable indépendante 95 = 0.00



Lorsque l'option "Nombre aléatoire" est coché, la variable indépendante s'affiche comme suit:

Variable aléatoire 95 = 0.00

Lorsque l'option "Afficher la barre d'animation" est décochée, la variable indépendante s'affiche comme suit

Variable indépendante 95 = 0.00

Boîte de dialogue "Variable indépendante".

Variable indépendante


Valeur actuelle: Valeur ☐ Nombre aléatoire

Précision

Variation de la vitesse (x unités de valeur par t secondes): Unités par secondes

☒ Variation continue ☒ Afficher la barre d'animation

Domaine de variation: --

Afficher: 

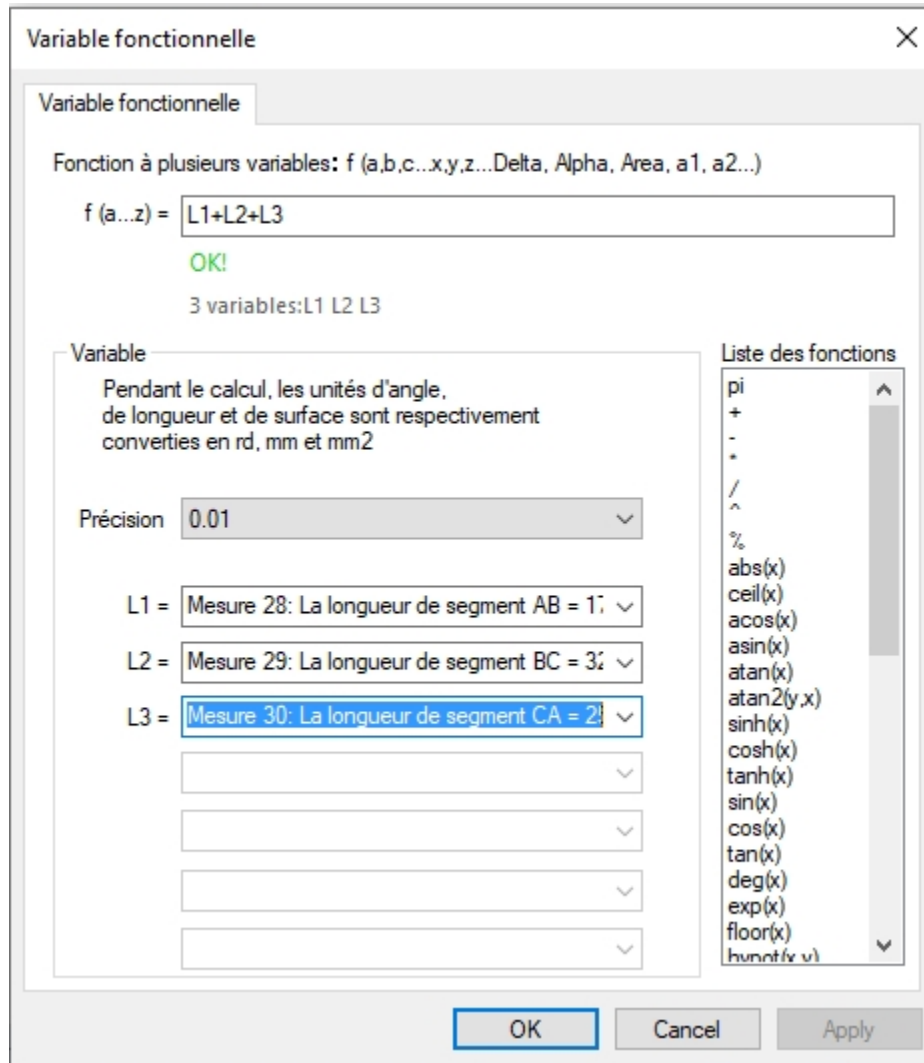
☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒

OK Cancel

Note: Le nombre aléatoire est animé par son bouton d'animation.


iii) Les variables fonctionnelles

Une variable fonctionnelle est une fonction numérique de plusieurs données (constantes ou variables). Notons qu'une donnée peut être une variable indépendante, une distance variable de deux points, une aire variable d'une ellipse, etc.



Au cours des calculs les unités d'angle, de longueur et d'aire sont automatiquement converties en rad, mm et mm² ainsi qu'il est mentionné dans la boîte de dialogue ci-dessus de la variable fonctionnelle. Nous y donnons de plus amples explications en fin de document.

L'expression d'une variable fonctionnelle $f(a, \dots, z)$ se compose de toutes sortes de variables telles que: a, b, ..., x, y, z, a₁, a₂, ab, vitesse, longueur, etc.

L'utilitaire de la variable fonctionnelle  s'affiche dans la barre de dessin chaque fois qu'un objet du plan est sélectionné.

La boîte de dialogue de la variable fonctionnelle contient une liste de fonctions; la signification de chacune de ces fonctions est illustrée dans le volume consacré à la représentation graphique.

Exemple 1:


$F_1 = xy - y^2 - zx + z^3 - 1$ est une fonction de 3 variables.

Les fonctions $F_2 = \ln(x, r_0, r_1) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in [r_0, r_1] \\ 0 & \text{si } x \notin [r_0, r_1] \end{cases}$ et $F_3(x) = \text{step}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases}$


sont des fonctions par intervalles.

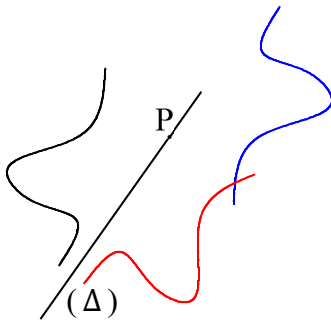
b) Les isométries du plan

Nous considérons les isométries usuelles: rotation, symétrie, translation, homothétie.

Les isométries ou transformations du plan qui utilisent des variables (rotation, translation, et homothétie) s'appliquent uniquement aux objets d'une même zone de dessin. En appliquant ces transformations, assurez-vous que les objets sélectionnés appartiennent à une même zone de dessin. Si non, cliquez sur l'outil combiner  qui crée cette zone commune.


i) Symétrie d'un objet par rapport à un point P ou à une droite (Δ)

On sélectionne dans l'ordre l'objet et le point P (ou la ligne (Δ)), puis on clique sur l'outil "  produire l'image d'un objet" pour obtenir le symétrique de l'objet.


**ii) Translation de vecteur**


Le vecteur de la translation doit d'abord être défini. Il y a deux méthodes.


La première méthode consiste à sélectionner deux points (l'ordre de sélection définit le sens du vecteur) ou un segment (le sens du vecteur est donné par "extrémité initiale" vers "extrémité finale").

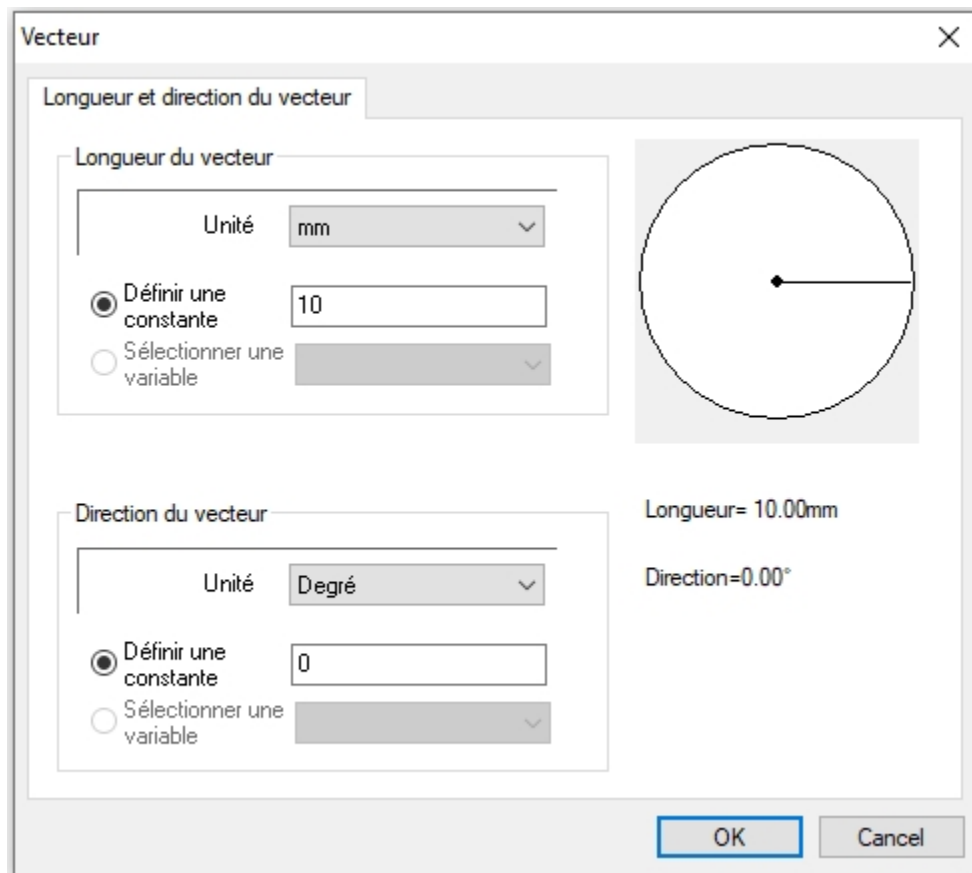
Puis on clique sur l'utilitaire  qui s'affiche automatiquement dans la barre de dessin.

Alors l'information par rapport au vecteur défini s'affiche automatiquement à l'écran.


Assurez-vous ensuite que le vecteur défini et l'objet à traduire appartiennent à une même zone de dessin (sinon, sélectionner l'objet et le vecteur puis cliquer sur l'utilitaire combiner  dans la barre de dessin).



Enfin on sélectionne l'objet puis on clique sur l'utilitaire translation de vecteur  qui est automatiquement disponible dans la barre de dessin..

La seconde méthode de définition d'un vecteur utilise des données (une longueur et un angle) . On clique sur l'utilitaire " Définir le vecteur par sa longueur et une direction" qui apparaît dès qu'un objet est sélectionné. Dans la boîte de dialogue ci-dessous qui s'ouvre, on définit la longueur et l'angle (ici 10mm et 30°) .

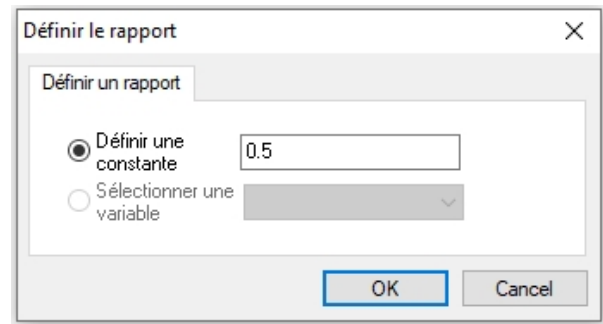
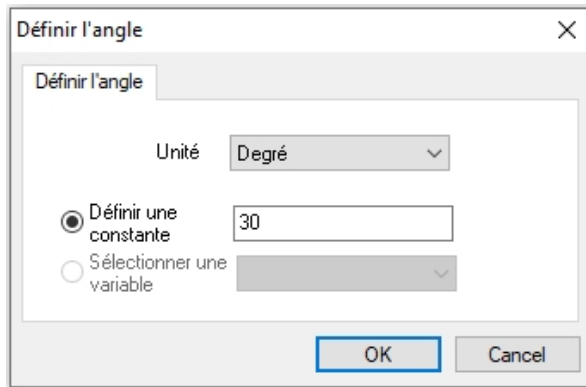


iii) Rotation et homothétie

Assurez- vous que l'objet auquel vous appliquez la rotation ou l'homothétie et le point considéré comme centre de rotation appartiennent à une même zone de dessin (sinon, sélectionnez-les, puis cliquez sur l'utilitaire "combiner  " dans la barre de dessin) .

Sélectionnez dans cet ordre l'objet, puis le point (centre supposé) . Ensuite cliquez sur l'utilitaire  rotation ou sur l'utilitaire homothétie  .

La boîte de dialogue de la rotation et celle de l'homothétie sont illustrées ci-dessous.



c) Autres outils de constructions géométriques

i) Dessiner un point d'un axe par la donnée de l'abscisse

- Lorsqu'un segment AB est sélectionné (A étant le point de départ et B le point d'arrivée), l'utilitaire "Définir l'abscisse d'un point sur un axe" qui apparaît dans la barre de dessin permet de dessiner un point M par la donnée de son abscisse dans le repère (A, \overrightarrow{AB}).
- Lorsque deux points R et S sont dans cet ordre sélectionnés, l'utilitaire "Définir le rapport" permet de dessiner un point P par la donnée de son abscisse dans le repère (R, \overrightarrow{RS}).

ii) Dessiner un point du repère plan par ses coordonnées cartésiennes ou polaires

L'utilitaire "Définir les coordonnées d'un point variable" qui apparaît dans la barre de dessin lorsque le repère du plan est dessiné, permet de dessiner un point M du plan par la donnée de ses coordonnées cartésiennes ou polaires.

iii) Dessiner un point du cercle par la donnée de l'angle polaire

L'utilitaire "Construire un point du cercle correspondant à l'angle polaire" qui apparaît dans la barre de dessin lorsque le cercle est sélectionné, permet de dessiner un point P du cercle par la donnée de l'angle polaire.

d) Les boutons d'animation

On distingue le bouton d'animation d'une variable indépendante et quatre types de boutons de contrôle: bouton Afficher / Voiler, bouton Animation, bouton série, bouton déplacer.

Les boutons de contrôle sont insérés à partir du menu "Insertion".

i) Bouton Afficher/Voiler

Il s'applique aux objets sélectionnés d'une même zone de dessin.

ii) Bouton Animation

Il s'applique à un objet ou à un point dont la position est variable; il peut être utilisé pour animer un point d'un segment, d'un cercle, d'une ellipse, d'un polygone, etc.

iii) Bouton Déplacer

Il s'applique à deux points sélectionnés d'une même zone de dessin. Le premier point sélectionné dont la position est variable se déplace vers le second..

iv) Bouton série

Il s'applique à plusieurs boutons de contrôle (Afficher/Voiler, bouton Animation, bouton déplacer) d'une même zone de dessin. Il aide à créer une interaction entre ces boutons .


3) Les principes des constructions dynamiques

Toute animation impliquant un objet en mouvement commence par la construction d'un **point variable** d'un segment ou d'un polygone ou d'un cercle ou d'une ellipse ou par la construction d'un **point libre** ou bien par la définition d'une **variable indépendante** .

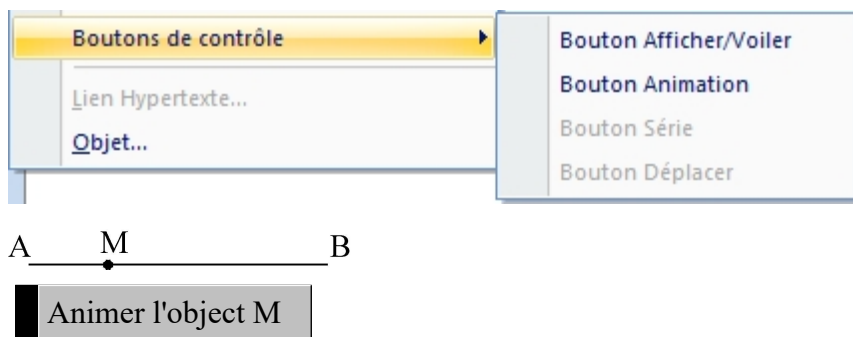
Notez que le point milieu d'un segment est pas un point variable du segment!

a) Quelques exemples simples

Exemple 1: Animation d'un point

Dessine un segment de droite AB puis clique dans la barre de dessin sur l'utilitaire "  Sélectionner un point de la droite " pour sélectionner un point M.

- i. Alors que le point est sélectionné, clique dans le menu "Insertion" sur bouton de contrôle, puis sur bouton animation.





- ii. Clique sur le bouton d'animation pour animer le point M

Note:

Tu peux double cliquer sur la bande noire sur le côté gauche du bouton d'animation pour accéder aux paramètres de l'animation où tu peux choisir l'option "double sens", etc.

Exemple 2: Animation d'un point avec la variable indépendante

- Dessine un segment de droite CD de longueur 20mm, puis clique sur l'utilitaire "  Définir une variable indépendante". Dans la boîte de dialogue qui s'ouvre, personnalise comme suit: la valeur à 1.5 et le domaine de -1 à 3.
- Sélectionne le segment CD puis clique sur l'utilitaire "  Définir l'abscisse d'un point sur un axe ". Dans la boîte de dialogue qui s'ouvre, coche l'option variable qui montre le choix de la variable indépendante. Finalement clique OK pour obtenir le point correspondant N (voir ci-dessous).

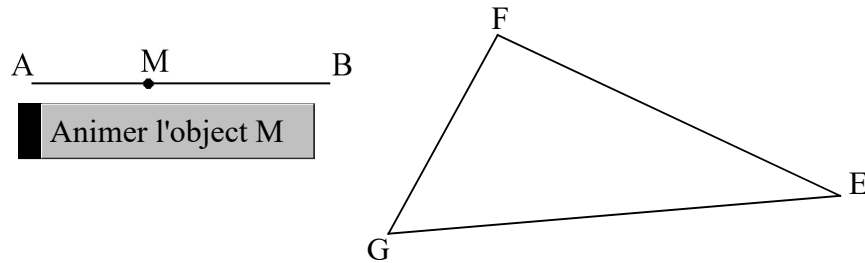
C _____ D • N




Variable indépendante 1527 = 1.50



Exemple 3

- Reprends l'exemple1, puis dessine un triangle EFG tel que EF=5cm, EG=6cm et FG=3cm



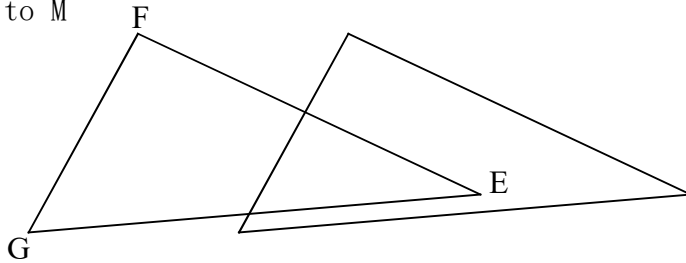
- Sélectionne dans l'ordre le point extrémité A et le point M, puis clique dans la barre de dessin sur l'utilitaire "  Définir un vecteur par deux points" pour définir le vecteur \overrightarrow{AM} .
- Sélectionne le segment AB et le triangle EFG, puis clique dans la barre de dessin sur l'utilitaire "  Combiner " pour fusionner les zones de dessin du segment AB et du triangle EFG .
- Sélectionne uniquement le triangle EFG, puis clique sur l'utilitaire "  translation de vecteur" pour obtenir l'image du triangle EFG par la translation de vecteur \overrightarrow{AM} .
- Clique sur le bouton d'animation du point M pour animer triangle EFG.

L'illustration suivante est un résultat analogue au résultat final.



Vector 10366: From A, to M

A ——— M ——— B

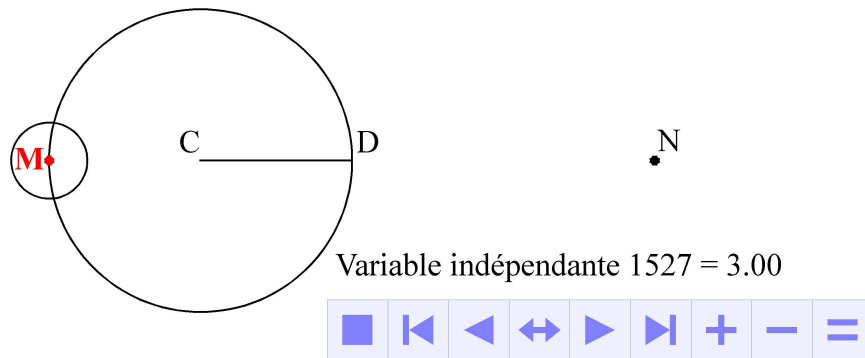
Animer l'object M





Exemple 4

1. Reprends le résultat de l'exemple 2
2. Dessine le cercle centré en C de rayon CD.
3. Sélectionne le cercle puis clique sur l'utilitaire "Construire un point du cercle correspondant l'angle polaire" pour dessiner le point M du cercle correspondant à t π rd, où t est la variable indépendante.
4. Dessine le cercle de diamètre 1cm centré en M.
5. Clique le bouton  pour avoir la valeur maximale de la variable indépendante.
6. Finalement clique sur le bouton  pour animer.

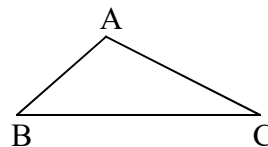
Le résultat est illustré comme suit:



Exemple 5: Mouvement d'un point libre

1. Clique dans la barre de dessin sur l'icône  pour dessiner un point libre M; puis clique sur l'icône  pour dessiner un triangle ABC comme ci-dessous.

M






2. Sélectionne dans l'ordre le point M et le point A; puis clique dans le menu "Insertion" sur bouton de contrôle et enfin, sur "Bouton déplacer".

3. Sélectionne dans l'ordre le point M et le point C; puis clique dans le menu "Insertion" sur bouton de contrôle et enfin sur "Bouton déplacer".
4. Anime le mouvement du point M au point A puis celui du même point M au point C.

Remarque

Le point extrémité d'un segment et le sommet d'un polygone, le point d'une droite ou d'un cercle dont la position n'est liée à aucune spécifique condition, peuvent être animés par bouton "Déplacer".

b) Note sur l'animation des objets

- Tout objet y inclus le point, le polygone, le cercle, l'ellipse, etc dont la position n'est liée à aucune spécifique condition, est un point objet libre.
- **Un objet libre peut être soumis à un mouvement aléatoire à l'aide du bouton d'animation.**
- Les utilitaires suivants ,  et  aident à sélectionner un point M sur un segment de droite, un polygone, un cercle ou ellipse. Le bouton d'animation du point M aide à animer le point M sur l'objet auquel il appartient.
- Vous pouvez aussi animer une variable indépendante à l'aide de son bouton d'animation ainsi que le montre l'illustration ci-dessous.

Variable indépendante $32 = 10.00$



Animer l'objet Variable indépendante $32 =$

c) Autres types d'animation simple

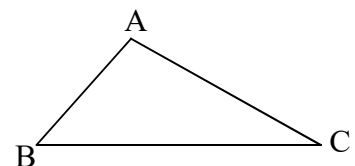
i) L'utilisation du bouton Afficher / Voiler

Exemple

Dessine un triangle ABC et assure-toi que le triangle est sélectionné.

Clique dans le menu "Insertion" sur bouton de contrôle, puis sur "Bouton Afficher/Voiler".


Double-clique sur la bande noire à l'extrémité gauche du bouton pour accéder aux paramètres de l'animation pour des modifications éventuelles.




HideVoiler l'objet

ii) L'utilisation du bouton Série

Exemple 1

1. Dessine un cercle de centre O, puis clique sur l'utilitaire " Construire un point ... polaire" pour dessiner le point A du cercle correspondant à 0° .
2. Dessine comme précédemment les points, B et C du cercle correspondant respectivement à 30° et 90° .

3. Sélectionne à nouveau le cercle, puis clique dans la barre de dessin sur l'utilitaire  pour sélectionner un point P du cercle.
4. Sélectionne le point P et insère son bouton d'animation; puis accède aux paramètres du bouton d'animation et coche l'option "Dérouler une seule fois".
5. Sélectionne dans l'ordre le point P et le point A, puis insère le bouton "Déplacer" du point P vers le point A.
6. Insère le bouton de déplacement du point P au point B et celui du point P au point C.
7. Sélectionne dans l'ordre le bouton d'animation de P, le bouton "Déplacer de P à A", le bouton "Déplacer de P à B" et le bouton "Déplacer de P à C". Ensuite, clique dans le menu "Insertion" sur "Boutons de contrôle", puis sur "Bouton Série".

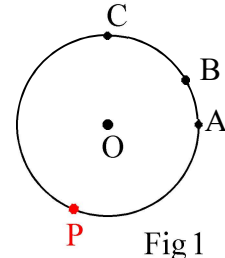


Fig 1

(Remarque que pour sélectionner un bouton d'animation, il suffit de cliquer sur la bande noire située sur le côté gauche du bouton) ..

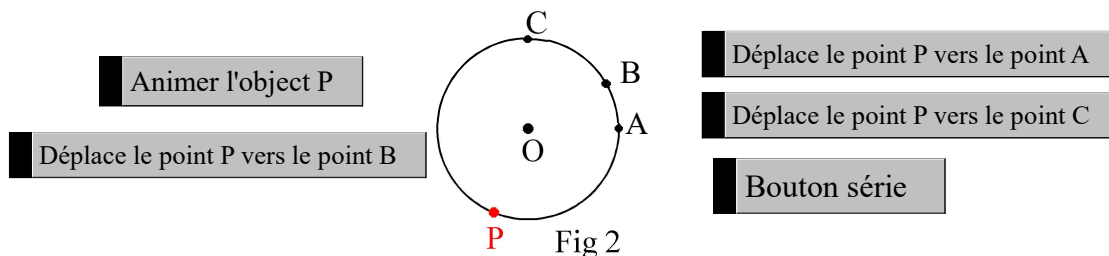
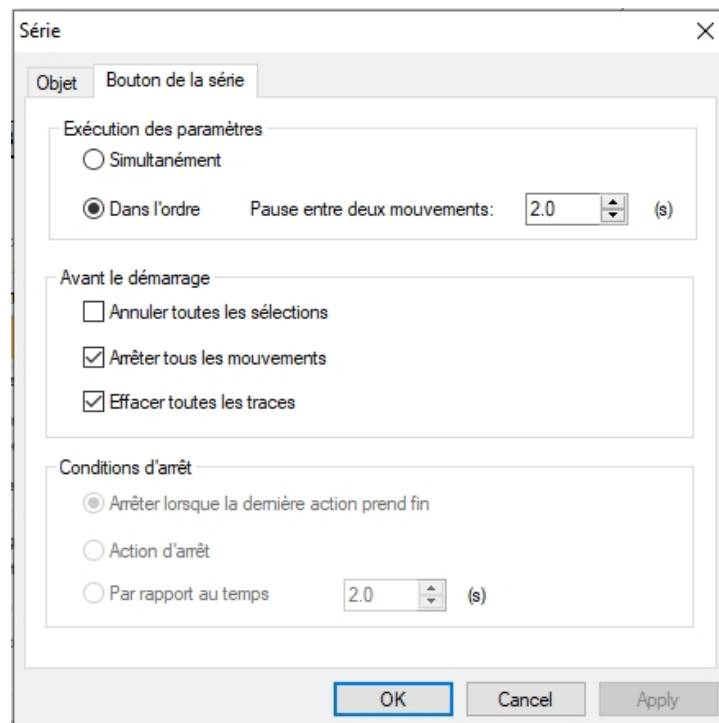


Fig 2

8. Accède à la boîte de dialogue des paramètres du bouton "Série" puis coche l'option "Dans l'ordre" avec une pause de 2 secondes ainsi que l'illustre l'image ci-dessous.



A propos de l'annulation d'une animation

Pour annuler le résultat de l'animation ci-dessus produit par le bouton "série", on peut se permettre de cliquer sur le bouton "Annuler" de la barre d'outils standard. Dans ce cas, l'utilisateur aurait à cliquer plusieurs fois, ce qui paraîtrait un peu ennuyeux.

Une très simple solution consiste à dessiner un point auxiliaire Q du cercle vers lequel le point P se déplacerait aussi vite que possible.

Sélectionne donc dans l'ordre le point P et le point Q et insère le bouton déplacer du point P vers le point Q. Accède à la boîte de dialogue des paramètres de l'animation, puis choisis l'option "Vitesse ultra rapide". Ensuite renomme "Annuler" l'étiquette (Fig 3).

Sélectionne le point Q et clique dans la barre de dessin sur l'utilitaire "Voiler l'objet sélectionné". Voiler aussi le bouton d'animation de P et les autres boutons "Déplacer". Renomme "Animer la construction" le bouton "série". Le résultat est illustré en Fig4.

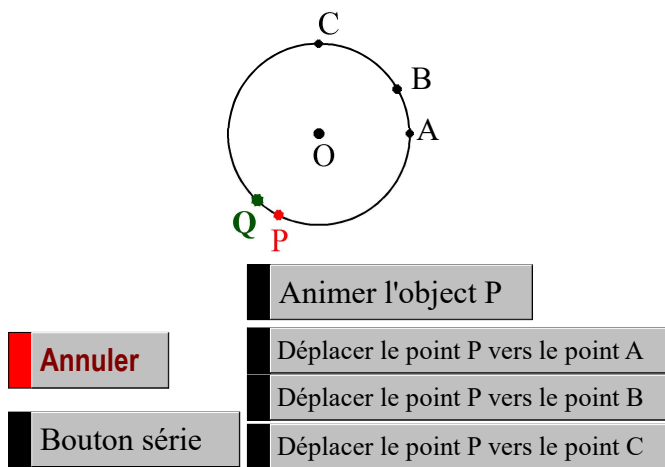


Fig 3

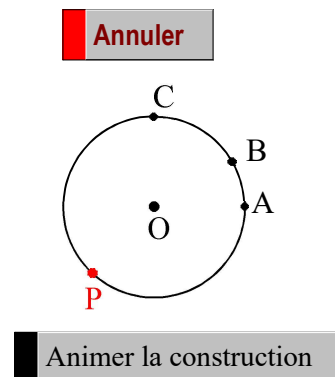
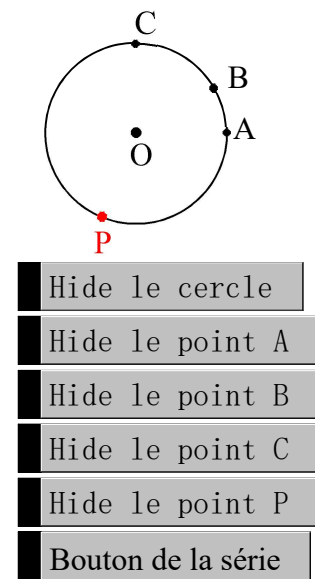


Fig 4

Exemple 2

Dans cet exemple nous utilisons l'animation pour montrer les étapes de construction de la première figure (Fig1) de l'exemple précédent, c'est-à-dire la figure ci-contre.

1. Sélectionne le cercle et insère le bouton Voiler/Afficher à partir du sous-menu "Boutons de contrôle" du menu Insertion.
2. Insère comme précédemment le bouton Afficher/Voiler de chacun des points A, B, C et P..
3. Sélectionne dans l'ordre les boutons Afficher/Voiler du cercle et des points A, B, C, P, puis insère le bouton série.
4. Accède à la boîte de dialogue des paramètres de l'animation du bouton série, coche l'option "Dans l'ordre" puis définis une pause de 2 secondes
5. Clique sur le bouton série pour voiler graduellement le dessin.



6. Cliquez à nouveau sur le bouton série pour ramener le dessin dans l'ordre des étapes de la construction..

Remarque sur le mouvement inverse d'un objet animé

Pour inverser le mouvement d'un point P dans une animation utilisant le bouton série, l'utilisateur doit insérer tous les nouveaux boutons d'animation qui nécessitent l'obtention du mouvement inverse de P. Ensuite, l'utilisateur doit créer le bouton série qui inclut le nouvel ensemble de boutons nécessaires pour la réalisation de l'animation voulue.

Finalement la réalisation d'une animation à double sens par le bouton série nécessiterait la création de plusieurs boutons. C'est la méthode traditionnelle de construction où l'on garde uniquement les boutons à manipuler tandis que les autres sont voilés.

Mais en vérité, ScienceWord et Class offrent une voie plus efficace pour l'animation des constructions géométriques!

4) L'utilisation de la variable fonctionnelle

ScienceWord et Class disposent d'une variété de fonctions qui simplifient l'animation des constructions géométriques. Nous donnons ici quelques exemples.

a) L'utilisation de la fonction intervalle "in (x,r₀,r₁) "

Rappelons que: $\text{in}(x, r_0, r_1) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in [r_0, r_1] \\ 0 & \text{si } x \notin [r_0, r_1] \end{cases}$, où x est la variable tandis que r₀ et r₁

sont des paramètres réels constants ou variables.

Remarquer que: $\text{in}(x, r_0, r_0) = \begin{cases} 1, & \text{si } x = r_0 \\ 0, & \text{si } x \neq r_0 \end{cases}$.

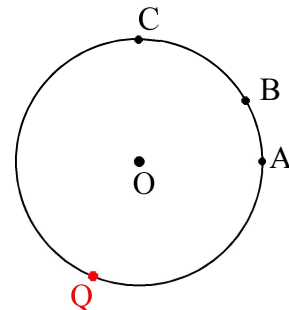
Donc $\text{in}(x, r_0, r_1) - \text{in}(x, r_0, r_0) = \begin{cases} 1, & \text{si } x \in]r_0, r_1] \\ 0, & \text{si } x \notin]r_0, r_1] \end{cases} = \begin{cases} 1, & \text{si } x \in]r_0, r_1] \\ 0, & \text{si } x \in]-\infty, r_0] \cup]r_1, +\infty[\end{cases}$

Exemple1

Considérons à nouveau le mouvement du point P dans le sens anti horaire, le point de départ étant la position du point Q. Dans la première période il fait un tour complet, revenant à sa position de départ Q où il y reste 2 secondes. Ensuite, il poursuit sa course vers le point A où il observe une pause de 2 secondes, puis il continue vers le point B où il observe aussi une pause de 2 secondes, puis enfin vers sa destination finale qui est le point C.

Pour construire le point P, affichons d'abord l'angle polaire en radian de chacun des points Q, A, B et C.

Le mouvement de P peut donc être décrit comme suit:



Measure of C = 1.57rad
 Measure of B = 0.52rad
 Measure of A = 0.00rad
 Measure of Q = -1.96rad

$Q(-1.96\text{rd}) \rightarrow Q(-1.96\text{rd} + 6.28\text{rd} = 4.32\text{rd}) \rightarrow A(6.28\text{rd}) \rightarrow B(6.80\text{rd}) \rightarrow C(7.85\text{rd})$

Ensuite nous relierons le temps t à chaque séquence du mouvement y compris toutes les pauses en supposant que le temps total du mouvement est T .

Définissons ce temps t comme une variable indépendante dont le domaine D est compris entre 0 et 30 secondes avec la subdivision suivante du temps:

$D = [0, 12[\cup [12, 14[\cup [14, 19[\cup [19, 21[\cup [21, 24[\cup [24, 26[\cup [26, 30]$

Autrement dit, nous considérons le modèle suivant:

$Q(-1.96\text{rd}) \xrightarrow{12\text{s}} Q(4.32\text{rd}) \xrightarrow{5\text{s}} A(6.28\text{rd}) \xrightarrow{3\text{s}} B(6.80\text{rd}) \xrightarrow{4\text{s}} C(7.85\text{rd}).$


Nous devons maintenant définir le type de mouvement pour chaque séquence, par exemple un mouvement uniforme. Dans ce cas, il s'agit d'un mouvement linéaire défini

comme suit: $X(t) = \frac{X_2 - X_1}{t_2 - t_1} (t - t_1) + X_1$ où X est l'angle polaire du point P au temps t ,

X_1 et X_2 les limites extrêmes de chaque subdivision du domaine correspondantes aux temps t_1 et t_2 , c'est-à-dire $X_1 = X(t_1)$ et $X_2 = X(t_2)$.

L'angle polaire du point P au temps t s'écrit donc:

$$\begin{aligned} f(t) = & (\ln(t, 0, 12) - \ln(t, 12, 12)) \left(\frac{6.28}{12} t - 1.96 \right) + (\ln(t, 12, 14) - \ln(t, 14, 14)) \times 4.32 \\ & + (\ln(t, 14, 19) - \ln(t, 19, 19)) \left(\frac{1.96}{5} (t - 14) + 4.32 \right) + (\ln(t, 19, 21) - \ln(t, 21, 21)) \times 6.28 \\ & + (\ln(t, 21, 24) - \ln(t, 24, 24)) \left(\frac{0.52}{3} (t - 21) + 6.28 \right) + (\ln(t, 24, 26) - \ln(t, 26, 26)) \times 6.80 \\ & + \ln(t, 26, 30) \times \left(\frac{1.05}{4} (t - 26) + 6.80 \right) \end{aligned}$$

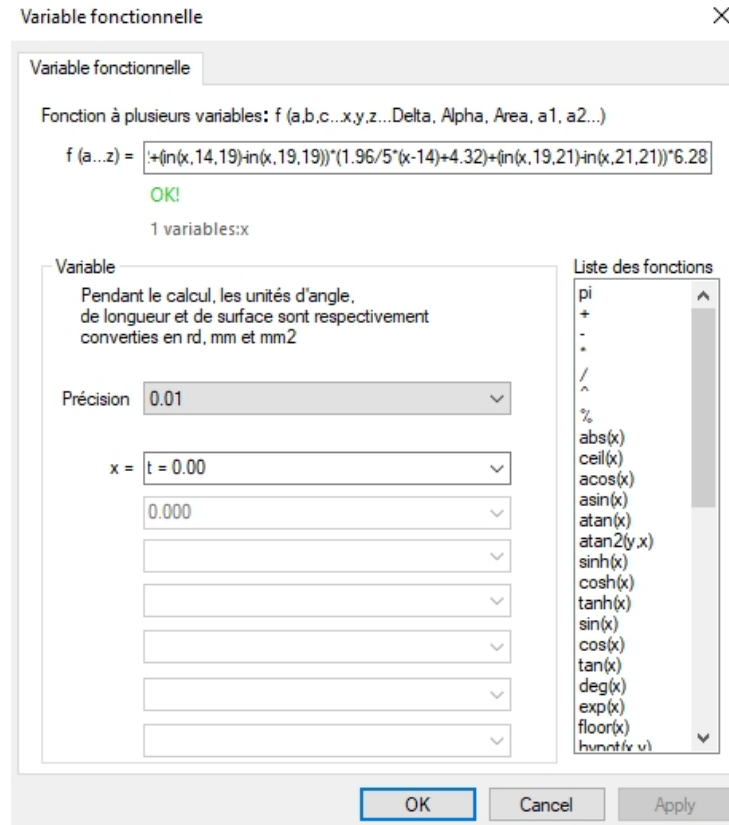
Sélectionne le cercle et clique dans la barre de dessin sur l'utilitaire " Définir une variable fonctionnelle". Dans la boîte de dialogue qui s'ouvre, définir: $X = f(x)$ et $x = t$.

En effet, l'expression reconnue dans la boîte de dialogue est une expression en fonction de (x, y, \dots) . Donc l'expression utilisée est $f(x)$, c'est-à-dire l'expression suivante

$$\begin{aligned} & (\ln(x, 0, 12) - \ln(x, 12, 12)) * (6.28/12 * x - 1.96) \\ & + (\ln(x, 12, 14) - \ln(x, 14, 14)) * 4.32 \\ & + (\ln(x, 14, 19) - \ln(x, 19, 19)) * (1.96/5 * (x - 14) + 4.32) \\ & + (\ln(x, 19, 21) - \ln(x, 21, 21)) * 6.28 \\ & + (\ln(x, 21, 24) - \ln(x, 24, 24)) * (0.52/3 * (x - 21) + 6.28) \\ & + (\ln(x, 24, 26) - \ln(x, 26, 26)) * 6.80 \end{aligned}$$

$$+\ln(x, 26, 30) * (1.05/4 * (x - 26) + 6.80)$$

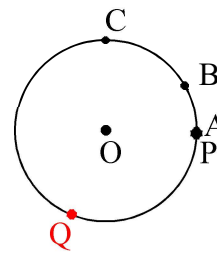
où la variable x est définie comme étant le temps t .



Cliquez Ok pour avoir la variable fonctionnelle. Ensuite, accédez à la boîte de dialogue des paramètres de l'animation de la variable fonctionnelle, puis remplacez le nom de cette variable fonctionnelle par $f(t)$ et cliquez Ok. Pour dessiner le point P, sélectionnez le cercle puis cliquez sur l'utilitaire "Construire un point ... polaire". Dans la boîte de dialogue qui s'ouvre, choisissez l'option radian pour unité d'angle, puis cochez l'option "Sélectionnez une variable" et choisissez $f(t)$ dans la liste des variables. Cliquez enfin Ok..

Cliquez le bouton "▶ avancer" pour animer le point P.

L'avantage de cette méthode est le contrôle total et facile de l'animation où la position et la vitesse du point P peuvent être aisément réglées. L'animation dans le double sens est obtenue avec un seul bouton d'animation, celui de la variable indépendante.



Measure of C = 0.50π rad

Measure of B = 0.17π rad

Measure of A = 0.00π rad

Measure of Q = -0.62π rad $f(t) = -1.96$

$t = 0.00$



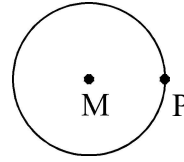
Exemple 2: L'utilisation de la variable fonctionnelle pour afficher/voiler un objet (exemple du cercle)

1. Dessine un point M et définis une variable indépendante t variant entre 0 et 2. avec la précision 0.

2. Définis la variable fonctionnelle $V = \text{in}(t, 1, 2)$.

3. Définis le vecteur de longueur V cm et de direction 0° .

4. Construis le point P image du point M par la translation du vecteur défini.



$V = 1.00$

5. Dessine le cercle centré en M et passant par P.

Vector 3178:Length=1.00cm, direction=0.00°
t = 1

6. Clique le bouton bidirectionnel pour afficher ou voiler le cercle.



Remarque: l'usage des variables indépendante et fonctionnelle dans l'animation

Une animation complexe peut nécessiter qu'on définisse plusieurs variables fonctionnelles en fonction d'une variable indépendante. La définition de plusieurs variables indépendantes et de leur bouton série est parfois même nécessaire.

b) L'utilisation des fonctions $\text{in}(x, r_0, r_1)$ et $\text{step}(x)$ dans l'animation

La réalisation des animations est relativement facile lorsque l'utilisateur a une bonne compréhension de la manipulation des fonctions $\text{in}(x, r_0, r_1)$ et $\text{step}(x)$.

Nous donnons ici quelques simples exemples afin d'éclairer l'utilisateur sur l'importance des fonctions dans les animations.

i) La fonction $\text{in}(x, r_0, r_1)$

Rappelons que:

$$\text{in}(x, r_0, r_1) = \begin{cases} 1, & \text{si } x \in [r_0, r_1] \\ 0, & \text{si } x \in]-\infty, r_0[\cup]r_1, +\infty[\end{cases} \text{ donc, } 1 - \text{in}(x, r_0, r_1) = \begin{cases} 0, & \text{si } x \in [r_0, r_1] \\ 1, & \text{si } x \notin [r_0, r_1] \end{cases}$$

Une combinaison de $\text{in}(x, r_0, r_1)$ et $(1 - \text{in}(x, r_0, r_1))$ peut être utile comme le montre l'expression suivante:.

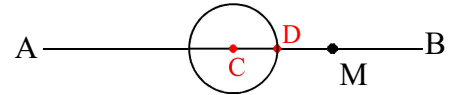
$$\text{in}(x, a_1, a_2) * (x^2 - 1) + (1 - \text{in}(x, a_1, a_2)) * \left(e^x - \frac{1}{x}\right) = \begin{cases} x^2 - 1, & \text{si } x \in [a_1, a_2] \\ e^x - \frac{1}{x}, & \text{si } x \in]-\infty, a_1[\cup]a_2, +\infty[\end{cases}$$

Remarquons aussi qu'étant donnés une fonction $h(x)$ et deux paramètres variables réels a et b, on a:

$$\text{in}(h(x), \min(a,b), \max(a,b)) = \begin{cases} 1, & \text{si } h(x) \in [\min(a,b), \max(a,b)] \\ 0, & \text{si } h(x) \in]-\infty, \min(a,b) [\cup] \max(a,b), +\infty [\end{cases}$$

Exemple1: animation dans un domaine variable

1. Dessine un segment AB de longueur 5cm, puis sélectionne un point M (distinct du milieu) de ce segment; puis affiche l'abscisse m du point M.



2. Insère le bouton d'animation du point M.
3. Définis une variable indépendante t qui varie entre -6.28 et 6.28
4. Définis la variable fonctionnelle

R = 0.58 Abscissa of M = 0.7619
Length=0.00cm, direction=0.00°
t = -4.48



$R = \text{in}(x, \min(\sin(y), \cos(y)), \max(\sin(y), \cos(y))) * x^2$ où x est l'abscisse du point M et y la variable indépendante t.



Anime l'objet M

5. Définis le vecteur de longueur R cm et de direction 0°.
6. Dessine le centre C du segment AB et construis le point D image du point C par la translation du vecteur défini
7. Dessine le cercle centré en C passant par D
8. Anime uniquement le point M.
9. Anime uniquement la variable indépendante
10. Anime le point M et la variable indépendante.

Exemple 2: animation sur plusieurs courbes

Remarquons que l'utilisateur peut cliquer sur l'icône du cercle  pour dessiner un cercle ou sur l'icône de l'ellipse  pour dessiner une ellipse dans le repère 2D; ensuite il peut à partir de la boîte de dialogue des propriétés, accéder à leurs équations.

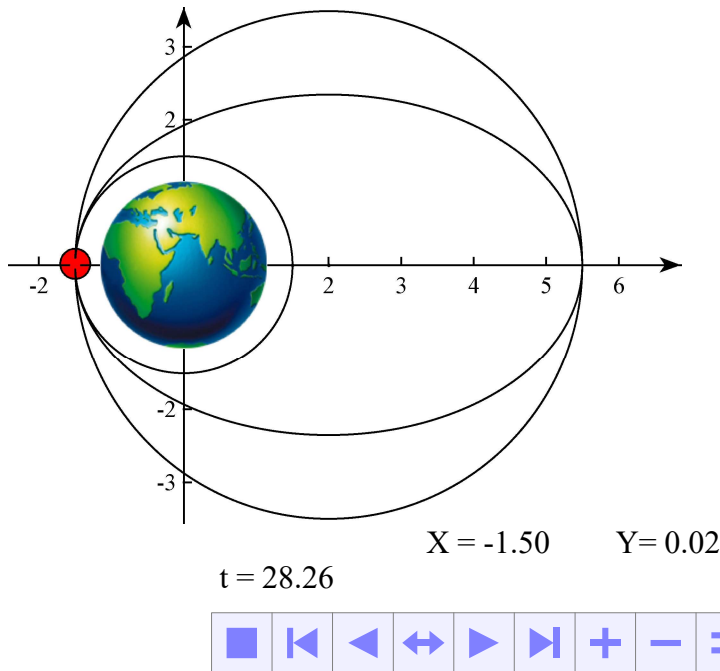
Nous considérons le modèle suivant fait de deux cercles et d'une ellipse intérieurement tangents.

Les équations du petit cercle, de l'ellipse et du grand cercle sont dans l'ordre:

$$\begin{cases} x = 1.5 * \cos(t) \\ y = 1.5 * \sin(t) \end{cases} (1) \quad \begin{cases} x = 3.5 * \cos(t) + 2 \\ y = 2.35 * \sin(t) \end{cases} (2) \quad \begin{cases} x = 3.5 * \cos(t) + 2 \\ y = 3.5 * \sin(t) \end{cases} (3)$$

Dans ce modèle, un point rouge part du point tangent commun, puis parcourt entièrement le petit cercle, puis se dirige vers l'ellipse et y fait un tour complet, puis se dirige vers le grand cercle et y fait un tour complet, puis retourne vers l'ellipse pour un autre tour complet, puis enfin revient au petit cercle pour un autre tour complet, puis s'arrête dans la

position de départ.



Le mouvement du point rouge peut être décrit comme suit:

Le point rouge parcourt

- le petit cercle avec un angle $t \in [-3.14 \text{ rd}, 3.14 \text{ rd}] \cup [21.98 \text{ rd}, 28.26 \text{ rd}]$
- l'ellipse avec un angle $t \in [3.14 \text{ rd}, 9.42 \text{ rd}] \cup [15.70 \text{ rd}, 21.98 \text{ rd}]$
- le grand cercle avec un angle $t \in [9.42 \text{ rd}, 15.70 \text{ rd}]$

Les coordonnées variables (X, Y) du point rouge M s'écrivent donc:

$$X = 1.5 * (\ln(x, -3.14, 3.14) - \ln(x, 3.14, 3.14) + \ln(x, 21.98, 28.26)) * \cos(x) + (\ln(x, 3.14, 9.42) - \ln(x, 9.42, 9.42) + \ln(x, 15.70, 21.98) - \ln(x, 21.98, 21.98)) * (3.5 * \cos(x) + 2) + (\ln(x, 9.42, 15.70) - \ln(x, 15.70, 15.70)) * (3.5 * \cos(x) + 2)$$

$$Y = 1.5 * (\ln(x, -3.14, 3.14) - \ln(x, 3.14, 3.14) + \ln(x, 21.98, 28.26)) * \sin(x) + 2.35 * (\ln(x, 3.14, 9.42) - \ln(x, 9.42, 9.42) + \ln(x, 15.70, 21.98) - \ln(x, 21.98, 21.98)) * \sin(x) + 3.5 * (\ln(x, 9.42, 15.70) - \ln(x, 15.70, 15.70)) * \sin(x)$$

où x est une variable indépendante, de domaine $[-3.14, 28.26]$

ii) La fonction Step (x)

Rappelons que:

$$\text{Step}(x) = \begin{cases} 1, & \text{si } x \geq 0 \\ 0, & \text{si } x < 0 \end{cases} ; \text{ autrement dit, } 1 - \text{step}(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x \geq 0 \\ 1, & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

$$\text{step}(-x) = \begin{cases} 1, & \text{si } x \leq 0 \\ 0, & \text{si } x > 0 \end{cases} ; \text{ autrement dit, } 1 - \text{step}(-x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x \leq 0 \\ 1, & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

En général si a_1 et a_2 sont deux réels tels que $a_1 \leq a_2$, alors

$$\text{Step}(x-a_1) = \begin{cases} 1, & \text{si } x \geq a_1 \\ 0, & \text{si } x < a_1 \end{cases}; \text{ autrement dit, } 1-\text{Step}(x-a_1) = \begin{cases} 0, & \text{si } x \geq a_1 \\ 1, & \text{si } x < a_1 \end{cases}$$

$$\text{Step}(-x+a) = \begin{cases} 0, & \text{si } x > a_1 \\ 1, & \text{si } x \leq a_1 \end{cases}; \text{ autrement dit, } 1-\text{Step}(-x+a) = \begin{cases} 1, & \text{si } x > a_1 \\ 0, & \text{si } x \leq a_1 \end{cases}$$

$$\text{step}((x-a_1)(x-a_2)) = \begin{cases} 1, & \text{si } x \in]-\infty, a_1] \cup [a_2, +\infty[\\ 0, & \text{si } x \in]a_1, a_2[\end{cases}; \text{ il en résulte que:}$$

$$1-\text{step}((x-a_1)(x-a_2)) = \begin{cases} 0, & \text{si } x \in]-\infty, a_1] \cup [a_2, +\infty[\\ 1, & \text{si } x \in]a_1, a_2[\end{cases}$$

$$\text{step}((-x+a_1)(x-a_2)) = \begin{cases} 0, & \text{si } x \in]-\infty, a_1[\cup]a_2, +\infty[\\ 1, & \text{si } x \in [a_1, a_2] \end{cases} = \text{in}(x, a_1, a_2); \text{ il en}$$

résulte que

$$1-\text{step}((-x+a_1)(x-a_2)) = \begin{cases} 1, & \text{si } x \in]-\infty, a_1[\cup]a_2, +\infty[\\ 0, & \text{si } x \in [a_1, a_2] \end{cases} = 1-\text{in}(x, a_1, a_2)$$

iii) Définir une fonction discrète

$$\text{Remarque que: } \text{sign}(x - \text{floor}(x)) = \begin{cases} 0, & \text{si } x \text{ est un entier} \\ 1, & \text{si } x \text{ n'est pas un entier} \end{cases} \quad \text{ou encore}$$

$$1 - \text{sign}(x - \text{floor}(x)) = \begin{cases} 1, & \text{si } x \text{ est un entier} \\ 0, & \text{si } x \text{ n'est pas un entier} \end{cases}$$

Alors nous pouvons définir le domaine D d'une fonction discrète avec la fonction "in".

Par exemple si $D = [2, 60]$, la fonction discrète sur D peut s'écrire:

$$\text{in}(x, 2, 60) * (1 - \text{sign}(x - \text{floor}(x))) = \begin{cases} 1, & \text{si } x \text{ est un entier de l'intervalle } [2, 60] \\ 0, & \text{si } x \in [2, 60] \text{ et } x \text{ n'est pas un entier} \\ 0, & \text{si } x \notin [2, 60] \end{cases}$$

c) Autres fonctions

Les fonctions "Reste" et "Modulo"

Quelque soit deux entiers naturels a et b, il existe toujours un couple unique d'entiers naturels (q, r) tels que: $a = bq + r$, avec $0 \leq r < b$.

■ r est appelé le reste de la division a/b; ceci se note $a \% b = r$ dans ScienceWord et Class .

■ On étend le calcul aux entiers négatifs dans ScienceWord et Class en notant que:

$$a \% (-b) = r; -a \% b = -r \text{ et } -a \% (-b) = -r.$$

- Si c est un autre entier tel que $c \% b = r$, c'est-à-dire a et c ont le même reste dans une division par b , alors on dit que a est congru à c modulo b et on note: $a \equiv c (b)$.
- Dans ScienceWord et Class la fonction modulo est définie par $\text{mod}(a, b) = a \% b = r$.

Remarque: Dans ScienceWord et Class, on étend le choix de a et b dans \mathbb{R} ; dans ce cas, q est un entier relatif tandis que r est un nombre décimal.

Exemple 1: Construction d'une montre dynamique réelle

1. Définir trois variables indépendantes H , M et S de la façon suivante:

V_H :


Valeur	Vitesse	Domaine
2	l'unité par 3600 s	De 0 à 24
Précision: 0.01	Discontinu	

V_M :

Valeur	Vitesse	Domaine
15	l'unité par 60 s	De 0 à 1440
Précision: 0.01	Discontinu	

V_S :

Valeur	Vitesse	Domaine
30	l'unité par seconde	De 0 à 86400
Précision: 0.01	Discontinu	

2. Définir les variables fonctionnelles suivantes:
 $H = 90 - \text{mod}(x, 12) * 30$, $M = 90 - \text{mod}(x, 60) * 6$ et $S = 90 - \text{mod}(x, 60) * 6$
3. Sélectionnez le cercle et cliquez sur l'utilitaire "  Construire un point ... l'angle polaire" pour dessiner le point polaire correspondant à H° . De la même manière dessinez les points polaires correspondant à M° et S° .
4. Dessinez les points X, Y, Z tels que: $\overrightarrow{OX} = 0.3 \overrightarrow{OH}$, $\overrightarrow{OY} = \frac{1}{2} \overrightarrow{OM}$, $\overrightarrow{OZ} = \frac{3}{4} \overrightarrow{OS}$
5. Insérez le bouton d'animation de chaque variable indépendante, puis leur bouton série.
6. Animez avec le bouton série.

Le résultat attendu est le suivant

$$V_H = 2.00$$



$$V_M = 15.00$$



$$V_S = 31.00$$



Animate the object $V_S =$

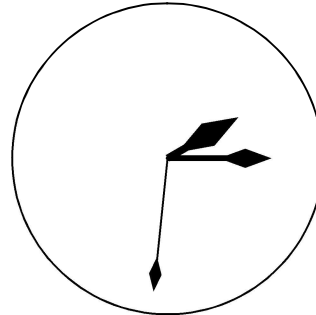
Animate the object $V_M =$

Animate the object $V_H =$

Angle polaire de l'heure = 30.00

Angle polaire de la minute = 0.00

Angle polaire de la seconde = -96.00

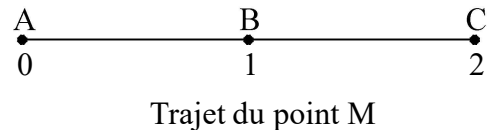


Bouton de la série

Exemple 2: Echange d'ions dans le processus de formation d'eau

Le modèle de l'animation est le suivant:

Dans ce que nous appelons une première période majeure, un point M fait des bonds successivement de A à B, puis de B à C, puis revient en B, puis en A avec un signe plus (+) collé.



Dans une seconde période majeure, le point M fait exactement le même mouvement mais avec un signe (-) collé.

L'abscisse x du point M en A, B et C est respectivement 0, 1 et 2 ainsi que l'illustre la figure indiquant le trajet de M.

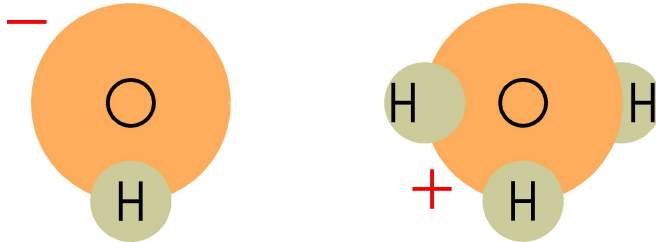
Pour avoir l'animation sous contrôle en matière de temps, il suffit de considérer que chacun des intervalles $[A, B]$ et $[B, C]$ est parcouru en 1 seconde. Alors les deux périodes majeures font une durée totale 8 secondes.

Maintenant l'abscisse x de M doit s'exprimer en fonction du temps t , c'est-à-dire $x(t)$ et prendre les valeurs 0, 1 et 2 lorsque le point M est respectivement en A, B et C. On pourra donc considérer t comme une variable indépendante, de précision 1 et qui varie dans le domaine discret $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.

Alors, $x(t) = \text{in}(t, 0, 2) * t + \text{in}(t, 3, 4) * t^2 + \text{in}(t, 5, 6) * t^4 + \text{in}(t, 7, 8) * t^2$

$$= \text{in}(t, 0, 2) * t + (\text{in}(t, 3, 4) + \text{in}(t, 7, 8)) * t \% 2 + \text{in}(t, 5, 6) * t \% 4$$

Le gain d'ions dans la première période majeure peut être construit avec la fonction $\text{in}(t, 0, 4)$; la perte d'ions et l'apparence d'un segment dans la seconde période majeure se construit avec la fonction $\text{in}(t, 5, 8)$. Finalement la constante apparence des deux atomes d'hydrogène se construit avec la fonction $\text{in}(t, 0, 8)$.



Période $t = 1$





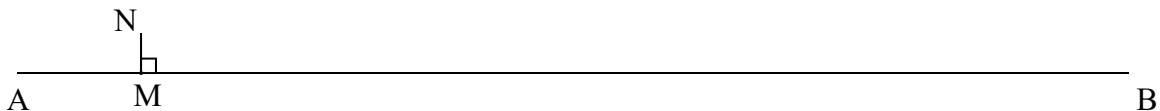
Show object

Animer le modèle mathématique

d) Utilisation des données variables engendrées par un objet en mouvement

Exemple: mouvement de la roue d'un vélo

1. Construire la figure ci-dessous où $AB=15\text{cm}$ et $MN=5\text{mm}$
2. Dessiner le cercle centré en N et passant par M.
3. Sélectionner A et M, puis cliquer dans la barre de dessin sur l'utilitaire distance 
4. Sélectionner le cercle, puis cliquer dans la barre de dessin sur l'utilitaire Rayon 
5. Définir la variable fonctionnelle $-x/y$ où x est la distance AM et y le rayon.
6. Sélectionner le cercle et définir le point polaire P correspondant à $-x/y$ rd.
7. Joindre N et P , puis faire subir à NP une rotation de 120° , puis de 240° autour du point N.
8. Insérer le bouton d'animation du point M, puis voiler le segment MN.
9. Animer M



5) En vrac

En général, pour commencer la construction d'une animation il est nécessaire d'avoir une idée claire des différentes étapes de cette animation.

Il y a plusieurs voies pour obtenir un même résultat. Cependant l'une d'entre elles peut s'avérer élégante et très succincte. Une bonne compréhension de l'utilisation des fonctions mathématiques est vraiment utile. Nous pouvons ici affirmer que ScienceWord et Class sont parmi les meilleurs logiciels qui offrent un environnement naturel pour l'application des fonctions mathématiques y compris toute la signification qu'elles véhiculent. Ces deux logiciels en effet ramènent à la vie les concepts les plus abstraits pour le bonheur des utilisateurs..

Nous étudions dans ce qui suit, quelques exemples.

a) Animation du développement du cube

Résultats attendus

Le développement ou patron du cube tel qu'illustré en FigA est une figure plane faite de 6 carrés superposables.

Le cube est un 3D objet (Fig B) avec une vue en perspective où $\angle CAB=45^\circ$ et $\frac{AC}{AB}=0.6$.

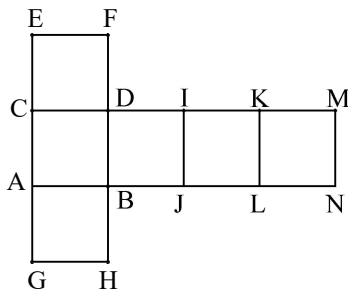


Fig A

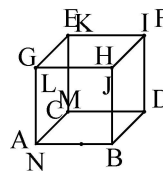
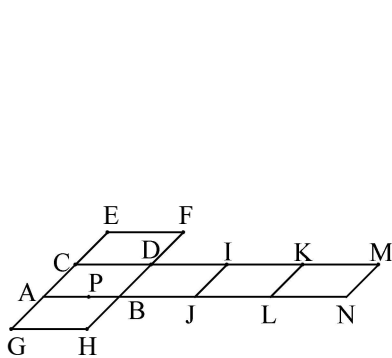
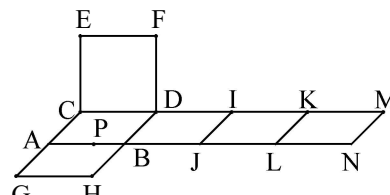


Fig B

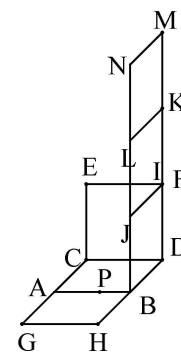
Les étapes de la construction de l'animation



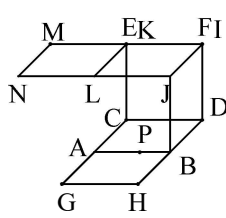
Etape 1



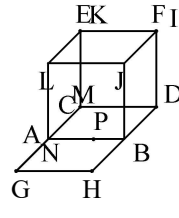
Etape 2



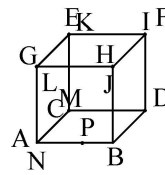
Etape 3



Etape 4



Etape 5



Etape 6

Construction 1: Dessiner ABCD avec la vue en 3D (Etape 1)

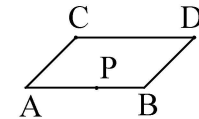
1) Dessine un segment AB et définis une variable indépendante T de 0 à 6.

2) Nous devons construire le point P du segment [AB] tel que, lorsque T varie de 0 à 1, le rapport $V_1 = \frac{AP}{AB}$ varie de 1 à 0.6.

Vecteur: De A vers B

$$V_1 = 0.60 \quad U_1 = 45.00$$

$$T = 1.00$$



Définis le rapport V_1 sur $[0, 1[\cup [1, 6]$ comme suit :

$$V_1 = (\text{in}(x, 0, 1) - \text{in}(x, 1, 1)) * (1 - 0.4 * x) + \text{in}(x, 1, 6) * 0.6$$



Fig 1

Ensuite sélectionne dans l'ordre les extrémités A et B du segment, puis clique sur l'utilitaire "Définir l'abscisse d'un point ...". Dans la boîte de dialogue qui s'ouvre, coche l'option "Sélectionne une variable" puis choisis V_1 . Clique enfin OK pour avoir le point P.

3) Le point C est l'image du point P par la rotation de centre A et d'angle U_1 qui varie de 90° à 45° .

Définis l'angle U_1 sur $[0, 1[\cup [1, 6]$ comme suit :

$$U_1 = (\text{in}(x, 0, 1) - \text{in}(x, 1, 1)) * (90 - 45 * x) + \text{in}(x, 1, 6) * 45 \text{ où } x = T$$

Sélectionne dans l'ordre le point P, puis l'extrémité B du segment. Ensuite clique sur l'utilitaire "Rotation autour d'un point"; dans la boîte de dialogue qui s'ouvre, coche l'option "Sélectionne une variable"; assure-toi que le choix de l'unité est le degré, ensuite sélectionne U_1 puis clique OK pour avoir le point C.

4) Définis le vecteur \overrightarrow{AB} puis applique la translation de ce vecteur au segment AC pour avoir le segment BD. Dessine le parallélogramme ACDB.

Construction 2: Dessiner les points E et F (Etape 2)

Le point E peut être obtenu en faisant tourner le point A autour du point C.

Cependant, nous devons considérer que pendant la première période c'est-à-dire de 0 à 1s, les points A, C, E sont alignés tandis que $AC = CE$.

Durant la seconde période c'est-à-dire de 1s à 2s, l'angle $\angle ECA$ varie de 180 à 225° et le rapport $\frac{CE}{AB}$ varie de 0.6 à 1.

Alors l'angle $\angle ECA$ peut s'écrire en tant que variable U_2 comme suit:

$$U_2 = (\text{in}(x, 0, 1) - \text{in}(x, 1, 1)) * 180 + (\text{in}(x, 1, 2) - \text{in}(x, 2, 2)) * (180 + 45 * (x - 1)) + \text{in}(x, 2, 6) * 225, \text{ où } x = T.$$

Le rapport $\frac{CE}{AB}$ peut s'écrire en tant que variable

V_2 comme suit:

$$V_2 = \text{in}(x, 0, 1) - \text{in}(x, 1, 1) + (\text{in}(x, 1, 2) - \text{in}(x, 2, 2)) * (1 + 0.4 / 0.6 * (x - 1)) + \text{in}(x, 2, 6) * 1 / 0.6 \text{ où } x = T.$$

Pour construire le point E, il te faut construire un point auxiliaire E_1 qui est l'image du point A par la rotation de centre C d'angle U_2 . Ensuite sélectionne dans l'ordre le point E_1 et le point C, puis clique sur l'utilitaire "Définir l'abscisse d'un point...". Dans la boîte de dialogue qui s'ouvre, coche l'option "Sélectionne une variable" puis choisis V_2 . Enfin, clique OK pour avoir le point E.

Construction 3: Construire les points I et J (Etape 3)

Les points I et J peuvent être obtenus par la rotation du point C autour du point D et la rotation du point A autour du point C, utilisant le même angle U_3 de rotation défini comme suit.

$$U_3 = (\text{in}(x, 0, 2) - \text{in}(x, 2, 2)) * 180 + (\text{in}(x, 2, 3) - \text{in}(x, 3, 3)) * (180 + (x - 2) * 90) + \text{in}(x, 3, 6) * 270. \text{ où } x = T.$$

Construction 4: Construire les points L et K (Etape 4)

Les points K et L peuvent être obtenus par la rotation du point D autour du point I et la rotation du point B autour du point J, utilisant le même angle U_4 de rotation défini comme suit:

$$U_4 = (\text{in}(x, 0, 3) - \text{in}(x, 3, 3)) * 180 + (\text{in}(x, 3, 4) - \text{in}(x, 4, 4)) * (180 + (x - 3) * 90) + \text{in}(x, 4, 6) * 270 \text{ où } x = T.$$

Construction 5: Construire les points M et N (Etape 5)

Les points M et N peuvent être obtenus par la rotation du point I autour du point K et la rotation du point J autour du point L, utilisant le même angle U_5 de rotation défini comme suit:

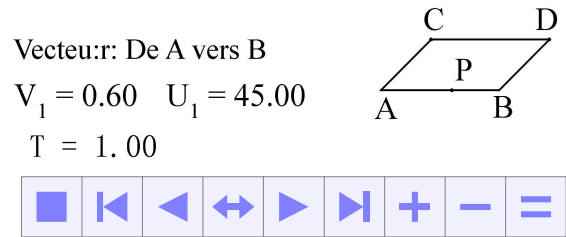


Fig 1

$$U_5 = (\text{in}(x, 0, 4) - \text{in}(x, 4, 4)) * 180 + (\text{in}(x, 4, 5) - \text{in}(x, 5, 5)) * (180 + (x - 4) * 90) + \text{in}(x, 5, 6) * 270$$

Construction 6: Construction des points G et H (Etape 6)

Au cours de la dernière période de rotation, les longueurs de segments AG et BH croissent de $0.6 \times AB$ à AB. Il nous faut construire des points auxiliaires G_1 et H_1 , utilisant le même rapport V_3 défini comme suit:

$$V_3 = 1 + \text{in}(x, 0, 5) - \text{in}(x, 5, 5) + \text{in}(x, 5, 6) * (1 + 0.4 / 0.6 * (x - 5))$$

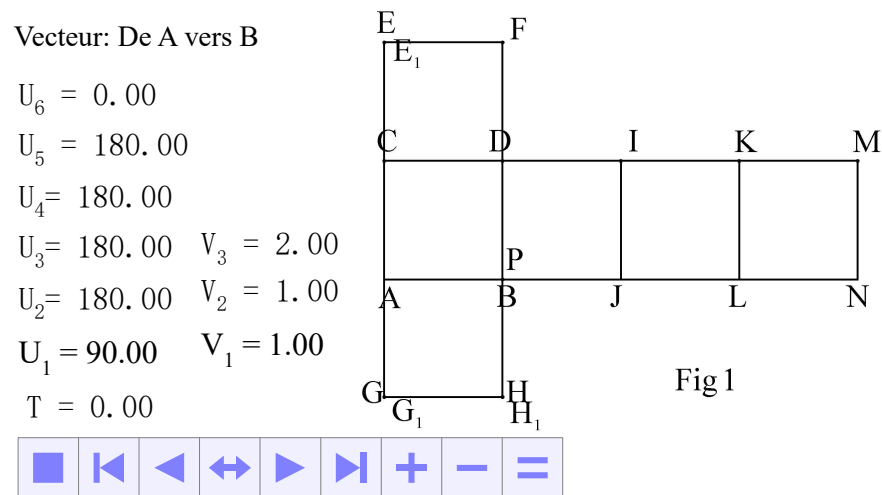
Sélectionne dans l'ordre le point C et le point A, puis clique sur l'utilitaire "Définir l'abscisse d'un point". Dans la boîte de dialogue qui s'ouvre, coche l'option "Sélectionne une variable", puis choisis la variable V_3 . Clique OK pour obtenir un point G_1 .

Sélectionne dans l'ordre le point D et le point B, puis clique sur l'utilitaire "Définir l'abscisse d'un point". Dans la boîte de dialogue qui s'ouvre, coche l'option "Sélectionne une variable", puis choisis la variable V_3 . Clique OK pour obtenir un point H_1 .

Les points G et H sont obtenus par la rotation du point G_1 autour du point A et la rotation du point H_1 autour du point B, utilisant le même angle U_6 , défini comme suit:

$$U_6 = \text{in}(x, 5, 6) * (x - 5) * (-135), \text{ où } x = T.$$

Le résultat final est le suivant.



b) Animation d'un point sur un triangle avec une vitesse proportionnelle au côté parcouru, le triangle étant indépendamment de sa taille, parcouru en un temps fixe

Etape 1:

Dessiner un triangle ABC, définir une variable indépendante T de 0 à 3.

Définir les trois variables fonctionnelles suivantes:

$X_1 = (\text{in}(x, 0, 1) - \text{in}(x, 1, 1)) * x + \text{in}(x, 1, 3)$, où $X = T$

$X_2 = (\text{in}(x, 1, 2) - \text{in}(x, 2, 2)) * (x - 1) + \text{in}(x, 2, 3)$, où $X = T$

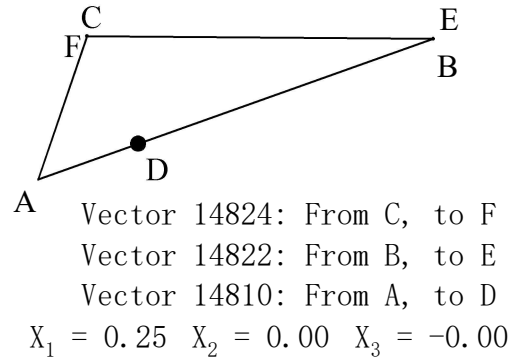
$X_3 = \text{in}(x, 2, 3) * (x - 2)$, où $X = T$

Etape 2:

Définir $T = 0.2$, puis construire le point D d'abscisse X_1 dans le repère (A, B). Ensuite, définir le vecteur de A à D, puis voiler le point D.

Définir $T = 1.2$, puis construire le point E d'abscisse X_2 dans le repère (B, C). Ensuite, définir le vecteur de B à E, puis voiler le point E.

Définir $T = 2.2$, puis construire le point F d'abscisse X_3 dans le repère (C, A). Ensuite, définir le vecteur de C à F puis voiler le point F.



$T = 0.25$



Etape 3:

Maintenant, on aura à construire l'image du point A par la translation d'une somme ordonnée des trois vecteurs définis.

Alors, sélectionne le point A et applique la translation de vecteur de A à D; Ensuite, applique au nouveau point obtenu la translation de vecteur de B à E; enfin, applique au tout nouveau point obtenu la translation de vecteur de C à F. Accède à la boîte de dialogue des propriétés de l'objet du dernier point obtenu; ensuite, désactive l'option "conserver le style de l'objet original" puis redéfinit la taille du point à 0.7mm..

Remarque:

La durée de l'animation peut être modifiée à volonté. Par exemple, dans la boîte de dialogue de la variable indépendante T, la vitesse peut être définie à 1 unit/3s afin d'obtenir une plus longue durée de l'animation. Cependant, la modification de la taille du triangle n'affecte pas la durée de l'animation.

Cette méthode s'applique à un polygone quelconque à n côtés. On aura tout simplement à définir le domaine de la variable indépendante T de 0 à n.

c) Animation d'un point sur un triangle avec une vitesse constante, le triangle étant indépendamment de sa taille, parcouru en un temps fixe

Etape 1

Dessiner un triangle ABC et définir une variable indépendante T de 0 à 1, avec la vitesse de 1 unité/10s.

Afficher la longueur de chaque côté AB, BC, CA du triangle et le périmètre L.

Définir les variables fonctionnelles AB/L , BC/L , CA/L , $(AB+BC)/L$.

Définir les trois variables fonctionnelles suivantes:

$X_1 = (\text{in}(x, 0, y) - \text{in}(x, y, y)) * x/y + \text{in}(x, y, 1)$, où $x=T$, $y=AB/L$

$X_2 = (\text{in}(x, y, z) - \text{in}(x, z, z)) * (x-y)/a + \text{in}(x, z, 1)$, où $x=T$, $y=AB/L$, $z=(AB+BC)/L$,
 $a=BC/L$.

$X_3 = \text{in}(x, y, 1) * (x-y)/z$, où $x=T$, $y=(AB+BC)/L$, $z=CA/L$.

Etape 2

Définir $T=0.1$ (valeur comprise entre 0 et AB/L), puis construire le point D d'abscisse X_1 dans le repère (A, B). Ensuite, définir le vecteur de A à D, puis voiler le point D.

Définir $T=0.4$ (valeur comprise entre AB/L et $(AB+BC)/L$), puis construire le point E d'abscisse X_2 dans le repère (B, C). Ensuite, définir le vecteur de B à E, puis voiler le point E.

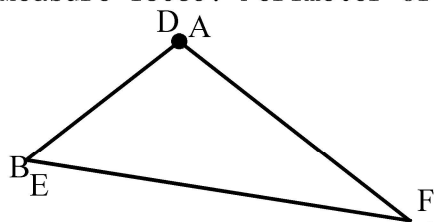
Définir $T=0.8$ (valeur comprise entre $(AB+BC)/L$ et 1), puis construire le point F d'abscisse X_3 dans le repère (C, A). Ensuite, définir le vecteur de C à F puis voiler le point F.

Etape 3:

Maintenant, on aura à construire l'image du point A par la translation d'une somme ordonnée des trois vecteurs définis.

Alors, sélectionne le point A et applique la translation de vecteur de A à D; Ensuite, applique au nouveau point obtenu la translation de vecteur de B à E; enfin, applique au tout nouveau point obtenu la translation de vecteur de C à F. Accède à la boîte de dialogue des propriétés de l'objet du dernier point obtenu; ensuite, désactive l'option "conserver le style de l'objet original" puis redéfinis la taille du point à 1mm.

Vector 15097: Length = 115.60mm Direction = 0.00° Vector 15117: From A, to D
 Measure 15095: Length of segment CA = 38.63mm Vector 15141: From B, to E
 Measure 15093: Length of segment BC = 51.33mm Vector 15147: From C, to F
 Measure 15091: Length of segment AB = 25.63mm Measure 15089: Perimeter of TriangleABC = 115.60mm





$T = 0.00$

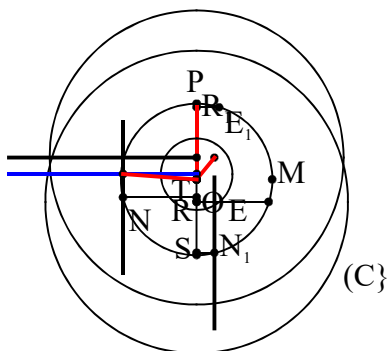


$X_1 = 0.00$ $AB/L = 0.22$
 $X_2 = 0.00$ $BC/L = 0.44$
 $X_3 = -0.00$ $CA/L = 0.33$
 $(AB+BC)/L = 0.67$

d) Rotation en 3D avec double axe de rotation

1. Dessine un cercle de centre O et de rayon 10mm, puis le point P du cercle d'angle polaire 90° .
2. Dessine le point M du cercle d'angle polaire 0° .
3. Sélectionne le cercle, puis clique sur l'utilitaire  pour sélectionner un point quelconque E du cercle.
4. Construis le projeté R du point E sur (OP), puis dessine un cercle quelconque (C) centré en R. Ensuite, insère le bouton d'animation du point E.
5. Construis l'image E_1 de E par la rotation de centre O et d'angle 90° . Ensuite, construis le projeté R_1 de E_1 sur (OP), puis dessine en rouge le segment $[OR_1]$.
6. Sélectionne le cercle (O, OP), puis clique sur l'utilitaire  pour sélectionner un point quelconque N du cercle. Ensuite, construis le projeté T de N sur (OP), puis insère le bouton d'animation du point N.
7. Construis l'image N_1 de N par la rotation de centre O et d'angle 90° , puis le projeté T_1 de N_1 sur (OP).
8. Construis l'image de (C) par l'homothétie de centre O, de rapport $\frac{OT}{OP} \sin \angle MOT$.
Ensuite, construis le point d'intersection de la perpendiculaire à (OP) passant par le centre du cercle image et de la parallèle à (OP) passant N. Finalement dessine en rouge le segment qui lie ce point d'intersection au point O.
9. Construis l'image de (C) par l'homothétie de centre O, de rapport $\frac{OT_1}{OP} \sin \angle MOT_1$.
Ensuite, construis le point d'intersection de la perpendiculaire à (OP) passant par le centre du cercle image et de la parallèle à (OP) passant N_1 . Finalement dessine en rouge le segment qui lie ce point d'intersection au point O..
10. Anime le point E, puis le point N.

Remarque: $\angle MOT$ et $\angle MOS$ désignent respectivement les angles orientés $(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{OT})$ et $(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{OS})$.



$$(OT/OP) \sin(MOT) = -0.24$$

$$(OS/OP) \sin(MOS) = -0.97$$

$$\text{Measure 15314: Angle MOT} = -90.00^\circ$$

$$\text{Measure 15312: Angle MOS} = -90.00^\circ$$

$$OP = 10.00\text{mm} \quad OT = 2.36\text{mm} \quad OS = 9.72\text{mm}$$

$$\text{Vector 15240: Length} = 10.00\text{mm} \quad \text{Direction} = 90.00^\circ$$

Anime le point E

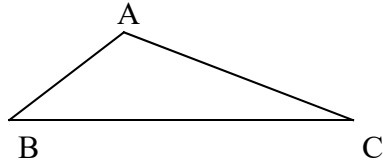
Anime le point N

6) Note sur les calculs utilisant la variable fonctionnelle

Au cours des calculs, les unités de longueur, d'aire et d'angle sont automatiquement converties en mm, mm² et radians, ainsi qu'il est indiqué dans la boîte de dialogue de la variable fonctionnelle.

Exemple 1:

Dessine un triangle ABC, puis affiche les mesures des angles intérieurs en degré, l'aire en inch² et le périmètre en cm, comme ci-dessous



Aire du triangle ABC = 0.41inch²

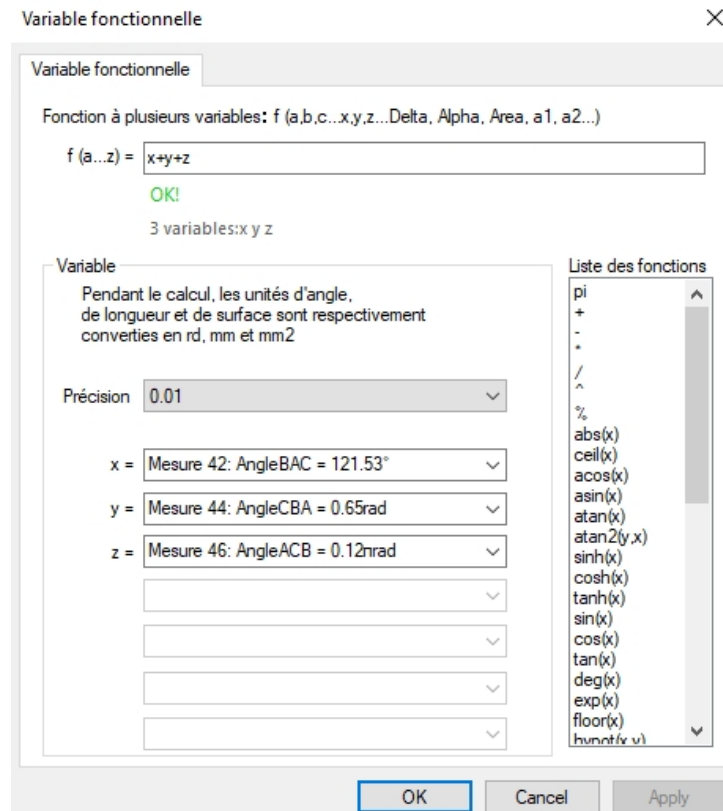
Périmètre du triangle ABC = 9.71cm

Mesure 42: AngleBAC = 121.53°

Mesure 44: AngleCBA = 0.65rad

Mesure 46: AngleACB = 0.12πrad

L'image ci-dessous montre le calcul dans la boîte de dialogue de la variable fonctionnelle: $X=f(x,y,z)=x+y+z$, où x =Mesure 42: AngleBAC, y =Mesure 43: AngleCBA, z =Mesure 46: AngleACB .



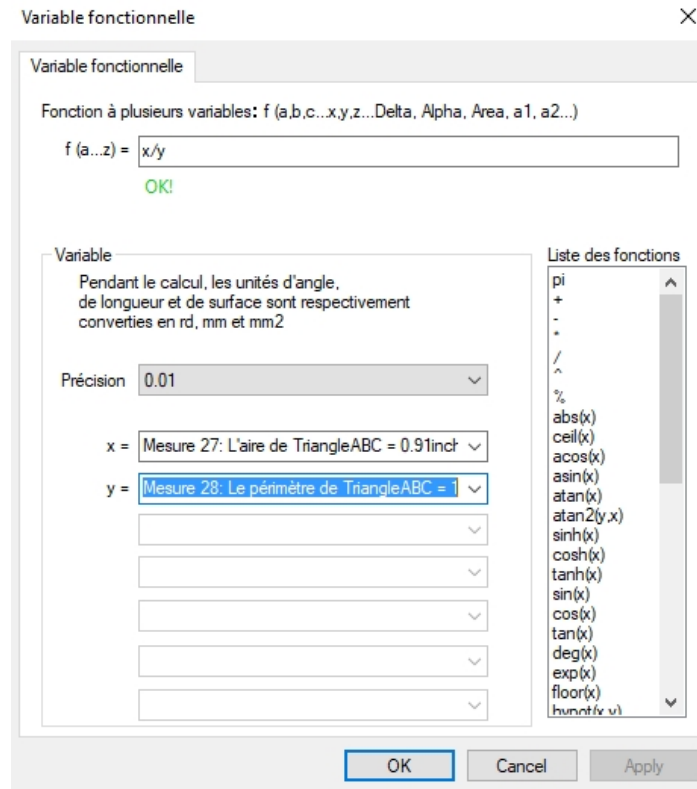
En cliquant sur le bouton "Afficher le résultat", on obtient 3.14 parce qu'au cours du calcul, la conversion de chaque mesure d'angle est automatiquement faite en radian.

Pour avoir le résultat en degré, il suffit d'appliquer la fonction "deg" disponible dans la liste des fonctions. Autrement dit, $\deg(x+y+z) = \deg(3.14) = 180$.

L'image suivante (Fig2) montre un autre calcul dans la boîte de dialogue de la variable fonctionnelle::

$X=f(x,y)=x/y$, où x =Aire du triangle ABC et y = Périmètre du triangle ABC

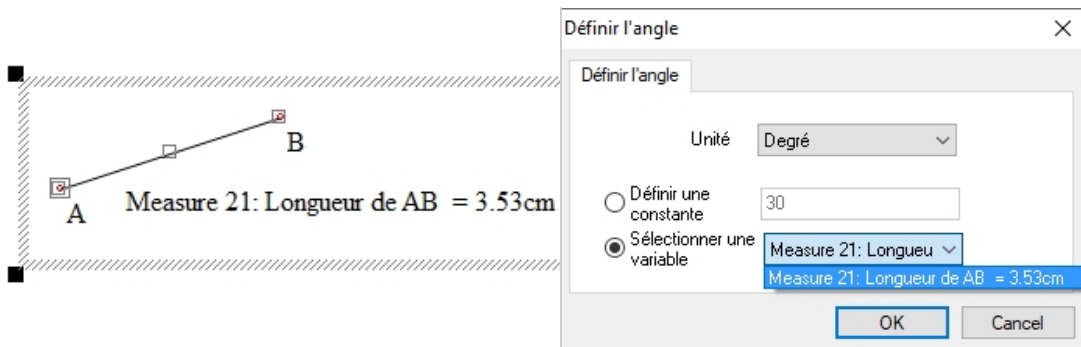
Au cours du calcul, l'aire est convertie en mm^2 et le périmètre mm.



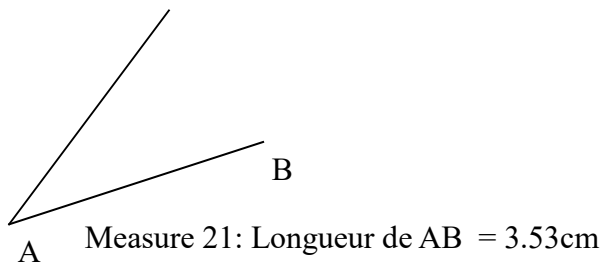
Exemple 2

Un autre résultat de conversion automatique est obtenu lorsqu'on applique une tranformation du plan utilisant une variable dont l'attribut dans le calcul a une autre signification.

Par exemple l'image ci-dessous montre le processus de la rotation du segment AB autour du point A, utilisant la longueur 3.53cm de AB comme angle de rotation avec le choix de "degré " comme unité d'angle.



Le résultat est le suivant:



Ce résultat est en fait une rotation du segment AB de 35.3 degrees autour du point A . Au cours de l'opération, la conversion de la longueur est faite en mm.

Exemple 3:

Lorsqu'on définit un vecteur en utilisant la longueur 3.53cm de AB comme longueur et que l'on choisit l'unité de mesure "inch", la conversion a lieu de façon appropriée en inch, c'est-à-dire 1.39 inch. En effet, la mesure de AB est utilisée ici comme variable avec le même attribut "longueur".

Vecteur

Objet Longueur et direction du vecteur

Longueur du vecteur

Unité inch

☐ Définir une constante 1.38972769944809

☒ Sélectionner une variable Mesure 21: Longueur

Direction du vecteur

Unité radian

☐ Définir une constante 35.2990835659815

☒ Sélectionner une variable Mesure 21: Longueur

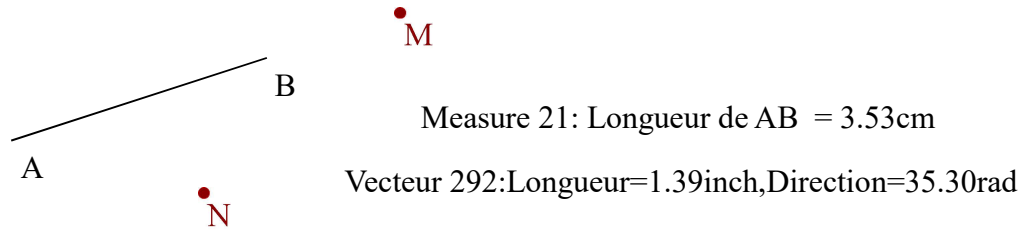
Longueur= 1.39inch

Direction=35.30rad

OK Cancel Apply

Mais en choisissant la mesure 3.53cm de AB comme direction où l'attribut "longueur" change en mesure d'angle (voir l'image de la boîte ci-dessus) , alors la conversion au cours de l'opération est faite en mm, c'est-à-dire 35.3mm. Puisque l'unité d'angle choisie

est le radian, on aura ainsi défini une direction de 35.3 rd ainsi que le montre l'illustration suivante où le point N est l'image du point M par la translation du vecteur défini



7) Un concept pour la création de fonctions périodiques

Soit m un paramètre réel non nul. La fonction f_m définie sur \mathbb{R} par $f_m(x) = x - m \left\lfloor \frac{x}{m} \right\rfloor$ est

une fonction périodique de période $T = |m|$ et on a:

■ Si $m > 0$, $f_m(\mathbb{R}) = [0, m[$;

En particulier, $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $f_m([0, nm]) = [0, m[$.

■ Si $m < 0$, $f_m(\mathbb{R}) =]m, 0]$.

En particulier, $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $f_m([nm, 0]) =]m, 0]$.

Ce concept a des applications pratiques dans les constructions géométriques dynamiques complexes.

Note: $\lfloor x \rfloor$ se lit partie entière de x .

Ce concept a des applications pratiques dans les constructions géométriques dynamiques complexes.

Application

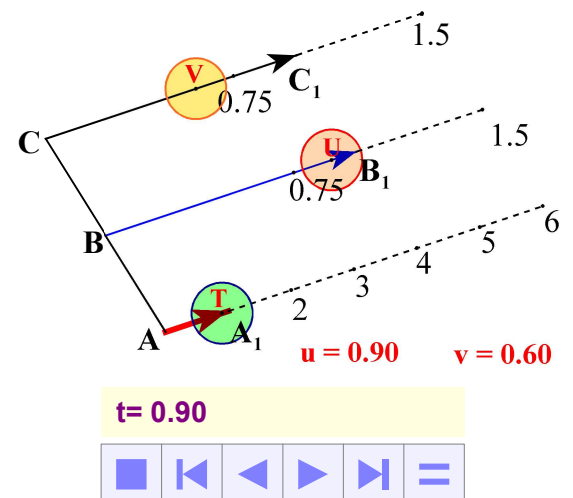
Dans la construction géométrique ci-contre, la variable indépendante t est définie de 0 à 6; le bouton "Anime l'objet" est le bouton d'animation de cette variable indépendante.

Les variables fonctionnelles u et v sont définies comme suit:

$u = x - 1.5 * \text{floor}(x / 1.5)$, où $x = t$ (t est la variable indépendante);

$v = \text{in}(x, 0, 0.75) * x + \text{in01}(x, 0.75, 1.50) * (1.50 - x)$, où $x = u$.

Dans le repère (A, A_1) , le centre T du cercle vert a pour abscisse t .



Dans le repère (B, B_1) , le centre U du cercle rouge a pour abscisse u .
Dans le repère (C, C_1) , le centre V du cercle jaune a pour abscisse v .

En cliquant sur le bouton d'animation "Anime l'objet t", on pourra noter que le mouvement du cercle rouge de centre U et celui du cercle jaune de centre V sont périodiques de période $T_1 = 1.5$; le mouvement du cercle vert est périodique, de période $T_2 = 6$.

8) Conclusion

L'animation couvre divers aspects de la vie réelle; elle convertit les idées en formes réelles et clarifie les concepts..

Le contrôle de l'animation est aisé lorsqu'elle est liée au temps. Un groupe d'animations peut être lié à une période ou temps t .

Nous pouvons comparer diverses activités liées au temps t à un n -uplet, défini comme suit: $t(t_1, t_2, \dots, t_n) \longrightarrow (x_1(t_1), x_2(t_2), \dots, x_n(t_n))$ où $x_i(t_i)$ est une activité ou un groupe d'activités relatives à un temps t_i .

L'animation se révèle être très utile dans le dessin. Une des applications traditionnelles est le lieu géométrique qui affiche à la fois l'objet dans diverses positions au cours du mouvement. D'autres résultats significatifs sont obtenus lorsque l'animation est sous le contrôle de données. Le comportement de l'objet peut être affiché à un moment du mouvement ou pour une certaine donnée. L'utilisateur peut dupliquer l'objet à travers les actions "copier et coller" avec la possibilité de modifier les données; ceci est méthode efficace dans l'élaboration du processus d'un système complexe.

De nombreux tutoriels sont disponibles en fichier Class. Le lecteur peut en trouver sur notre site www.scienceoffice.com ou envoyer un Email à l'adresse suivante ecomlan@scienceoffice.com

Table des matieres

1) Introduction.....	1
2) Eléments des constructions dynamiques.....	1
a) Les données variables.....	1
i) Les Mesures.....	1
ii) La variable indépendante.....	2
iii) Les variables fonctionnelles.....	2
b) Les isométries du plan.....	4
i) Symétrie d'un objet par rapport à un point P ou à une droite (Δ).....	4
ii) Translation de vecteur.....	4
iii) Rotation et homothétie.....	5
c) Autres outils de constructions géométriques.....	6
i) Dessiner un point d'un axe par la donnée de l'abscisse.....	6
ii) Dessiner un point du repère plan par ses coordonnées cartésiennes ou polaires.....	6
iii) Dessiner un point du cercle par la donnée de l'angle polaire.....	6
d) Les boutons d'animation.....	6
i) Bouton Afficher /Voiler.....	6
ii) Bouton Animation.....	7
iii) Bouton Déplacer.....	7
iv) Bouton série.....	7
3) Les principes des constructions dynamiques.....	7
a) Quelques exemples simples.....	7
b) Note sur l'animation des objets.....	10
c) Autres types d'animation simple.....	10
i) L'utilisation du bouton Afficher / Voiler.....	10
ii) L'utilisation du bouton Série.....	10
4) L'utilisation de la variable fonctionnelle.....	13
a) L'utilisation de la fonction intervalle "in (x,r,r) ".....	13
b) L'utilisation des fonctions in (x,r,r) et step (x) dans l'animation.....	16
i) La fonction in (x,r,r)	16
ii) La fonction Step (x)	18
iii) Définir une fonction discrète.....	19
c) Autres fonctions.....	19
d) Utilisation des données variables engendrées par un objet en mouvement.....	22
5) En vrac.....	23
a) Animation du développement du cube.....	23
b) Animation d'un point sur un triangle avec une vitesse proportionnelle au côté parcouru, le triangle étant indépendamment de sa taille, parcouru en un temps fixe.	26
c) Animation d'un point sur un triangle avec une vitesse constante, le triangle étant indépendamment de sa taille, parcouru en un temps fixe.....	27

d) Rotation en 3D avec double axe de rotation.....	29
6) Note sur les calculs utilisant la variable fonctionnelle.....	30
7) Un concept pour la création de fonctions périodiques.....	33
8) Conclusion.....	34
Table des matieres.....	35